IJM: Indonesian Journal of Multidisciplinary
e-ISSN: 3025-5961
Volume 2 Nomor 4 Tahun 2024
https://journal.csspublishing/index.php/ijm

Fitting Distribusi pada Waktu Antar Kedatangan Peristiwa Gempa Menggunakan Metode Maksimum Likelihood

(Studi Kasus: Gempa Bumi di Sumatera Utara)

Laili Hapizah[1], Sutarman[2]
Universitas Sumatera Utara [1,2]
e-mail: lailihapizah180420@gmail.com

Abstract

This study aims to fit the distribution on the inter-arrival time of earthquake events in North Sumatra using the maximum likelihood method. Parameter estimation is a method to determine population values using sample values. The gamma distribution and exponential distribution can be estimated by the maximum likelihood method because they have a continuous probability density function. Most parts of Indonesia have a relatively high level of seismicity, one of which is in North Sumatra. Seismic activity is based on analysis of the time between arrivals which describes a pattern. In this study, the data used is earthquake data in the period 1 January 2019 – 31 December 2022 by calculating the time between arrivals of earthquake events. Based on the estimation results on the gamma distribution, the value of $\hat{\alpha}$*= 438.7274 and the value of* $\hat{\beta}$*= 0.3599 and on the exponential distribution and the value of* $\hat{\theta}$*= 157.8274. Then based on the AIC method, the selected distribution is an exponential distribution with an AIC value=0.79 with estimated parameters on the exponential distribution showing that the estimated parameters on the exponential distribution showing that the estimated occurrence of earthquakes with an average time of occurance of 157.8274 hours.*

Keywords: *Parameter Estimation, Gamma Distribution, Earthquake, Maximum Likelihood.*

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk fitting distribusi pada waktu antar kedatangan peristiwa gempa di Sumatera Utara menggunakan metode maksimum likelihood. Estimasi parameter merupakan suatu metode untuk mengetahui nilai-nilai populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Distribusi gamma dan distribusi eksponensial dapat di estimasi dengan metode maksimum likelihood karena mempunyai suatu fungsi padat peluang kontinu. Sebagian besar wilayah Indonesia memiliki tingkat kegempaan yang relatif tinggi yang salah satunya di Sumatera Utara. Aktivitas kegempaan berdasarkan analisa pada waktu antar kedatangan yang menggambarkan sebuah pola. Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data gempa bumi pada periode 1 Januari 2019 - 31 Desember 2022 dengan menghitung waktu antar kedatangan peristiwa terjadinya gempa bumi. Berdasarkan hasil estimasi pada distribusi gamma diperoleh nilai $\hat{\alpha}$= 438,7274 dan nilai $\hat{\beta}$= 0,3599 dan pada distribusi eksponensial dan nilai $\hat{\theta}$= 157,8274, lalu berdasarkan metode AIC adalah distribusi yang terpilih merupakan distribusi eksponensial dengan nilai AIC = 0,79, dengan taksiran parameter pada distribusi eksponensial menunjukan bahwa estimasi terjadinya gempa bumi dengan rata-rata waktu kejadian yaitu 157, 8274 jam.

Kata Kunci: Estimasi Parameter, Distribusi Gamma, Gempa Bumi, Maksimum Likelihood.

PENDAHULUAN

Fitting distribusi pada data merupakan hal yang sangat penting. Hal ini dikarenakan dalam pemilihan distribusi probabilitas pada variabel acak bergantung pada parameter. Salah satu peran statistika adalah sebagai alat analisis dan interpretasi dari sebuah data. Dalam analisis data, statistik memainkan peran penting dalam memperkirakan karakteristik suatu populasi secara efektif berdasarkan data sampel (Renny, 2011). Setiap model memiliki satu atau lebih parameter sebelum model digunakan, nilai parameter harus ditetapkan. Biasanya, metode ini dilakukan dengan mengumpulkan sampel acak dari n pengamatan, lalu menggunakan pengukuran dari sampel tersebut untuk menaksir parameter yang tidak diketahui (Aulia *et al*., 2011).

Pendugaan dengan tujuan mendapatkan nilai yang dapat menggambarkan populasi disebut penaksiran parameter. Penaksiran titik (titik penaksiran) dan penaksiran interval (interval penaksiran) adalah dua komponen penaksiran. Penakistiran parameter dapat dilakukan dengan berbagai cara, seperti metode least square, metode maksimum kemungkinan, metode Bayes dan lainnya (Muharisa, 2019). Setiap model memiliki satu atau lebih parameter sebelum model digunakan, nilai parameter harus ditetapkan. Biasanya, metode ini dilakukan dengan mengumpulkan sampel acak dari *n* pengamatan, lalu menggunakan pengukuran dari sampel tersebut untuk menaksir parameter yang tidak diketahui (Reza Anjab Ramadhan *et al*., 2022).

Seismisitas dapat digunakan untuk mengartikan geografi gempa bumi dengan mengetahui tingkat magnitudo pada lapisan permukaan bumi. Pola aktivitas kegempaan berdasarkan analisa tingkat magnitudo dapat menggambarkan pola parameter periode ulangnya. Pada penelitian (Retno, 2019) melakukan penelitian analisa data seismisitas menggunakan metode maksimum likelihood untuk mitigasi gempa bumi Sebagai kesimpulan, daerah di sekitar kota Sibolga memiliki tingkat seismisitas tinggi dan rawan gempa bumi. Oleh karena itu, pada penelitian ini maksimum likelihood akan digunakan untuk mengestimasi parameter pada waktu antar kedatangan peristiwa gempa bumi menggunakan metode *maksimum likelihood* pada bagian distribusi.

Fitting distribusi adalah prosedur pemilihan distribusi statistik yang paling sesuai dengan kumpulan data. *Fitting* distribusi ini untuk mengidentifikasi kecendrungan distribusi data dan membandingkannya dengan grafik distribusi yang diujikan. bertujuan untuk melihat kecendrungan distribusi data dan dibandingkan dengan grafik distribusi yang diujikan yaitu distribusi eksponensial, distribusi log normal, distribusi gamma dan lainnya. Waktu antar kedatangan peristiwa gempa menjadi komponen yang penting, hal ini untuk mengetahui peristiwa gempa yang terjadi pada kurun waktu tertentu. Beberapa teknik dapat menentukan kemungkinan gempa bumi akan terjadi dalam waktu tertentu, kemungkinan ini didasarkan pada informasi tentang kejadian gempa di masa lalu di wilayah tertentu dan asumsi dasar bahwa aktivitas seismik dimasa depan akan mengikuti pola aktivitas di masa lalu (Jafari, 2010).

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu parameter mengenai parameter populasi yang tidak diketahui berdasarkan populasi. Salah satu peran statistika adalah sebagai alat analisis dan interpretasi dari sebuah data. Dalam analisis data, statistik memainkan peran penting dalam memperkirakan karakteristik suatu populasi secara efektif berdasarkan data sampel (Renny, 2011). Gempa bumi adalah bencana alam yang datang secara tiba-tiba dan menghancurkan segala sesuatu di Bumi dalam waktu yang singkat (Radiusman, 2020). Gempa bumi merupakan getaran gelombang seismik yang diketahui sebagai gelombang yang merambat melalui lapisan bumi. Perambatan arah gelombang diketahui akan sangat bergantung pada sifat elastisitas batuan lapisan dalam bumi. Gelombang seismik memberikan hasil dengan dua metode, yaitu metode aktif dan metode pasif. Gelombang seismik bagian dalam gelombang elastik karena tempat perambatan yang dilalui memiliki sifat elastik sehingga terjadinya suatu getaran.

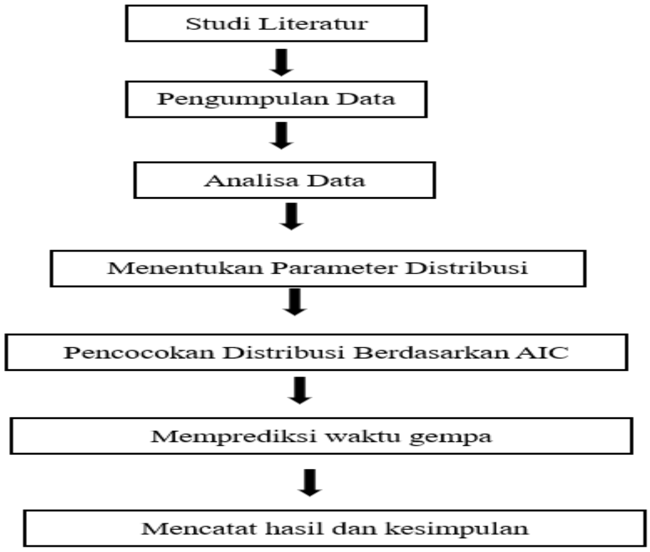
METODE PENELITIAN

Untuk melakukan estimasi parameter pada waktu antar kedatangan peristiwa gempa bumi digunakan metode maksimum likelihood, dimana metode yang digunakan diharapkan dapat menghasilkan parameter yang memiliki sifat tak bias, efisien dan konsisten. Setelah perhitungan selesai, maka akan dibuat hasil dari kesimpulan dari penelitian ini. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah maksimum likelihood. Metode ini digunakan untuk estimasi dari parameter populasi. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Studi Literatur
   Pada tahap ini dilakukan studi literatur mengenai pencocokan distribusi. Adapun teori pendukung yang digunakan seperti pencocokan distribusi dan maksimum likelihood. Adapun teori pendukung yang digunakan seperti penaksiran parameter, distribusi eksponensial, distribusi gamma, distribusi eksponensial dan teori-teori pendukung lainnya.
2. Melakukan penaksiran parameter menggunakan metode maksimum likelihood.
   Pada tahap ini dilakukan penaksiran parameter menggunakan metode maksimum likelihood sehingga diperoleh taksiran dari setiap parameter menggunakan studi literatur yang berkaitan. Adapun langkah-langkah dalam melakukan penaksiran parameter pada *maksimum likelihood* adalah sebagai berikut:
   a. melakukan analisis terhadap data penilitian
   b. Melakukan perhitungan parameter estimasi maksimum likelihood untuk distribusi gamma.

c. Akan diselidiki nilai *Aikaike Information Criterion* (AIC) pada distribusi.
d. Pencocokan distribusi berdasarkan nilai *Aikaike Information Criterion* (AIC).

Gambar 1
Kerangka Langkah-Langkah Penelitian



Sumber: Data diolah, 2024.

PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan diselidiki nilai parameter dari distribusi pada data tabel 4.1 digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang berasal dari Badan Meteorologi Geofisika Provinsi Sumatera Utara (BMKG). Data yang diambil meliputi tanggal kejadian, waktu kejadian, latitude, longitude, magnitudo dan kedalaman gempa. Banyaknya data gempa bumi sebanyak 39 kejadian pada tanggal 1 Januari 2019 sampai 31 Desember 2022.

Tabel 1
Data Gempa di Wilayah Sumatera Utara Tahun 2019-2022.

Tanggal	Waktu	Latitude	Longitude	Magnitudo
30/12/2022	21:10:39	1,34663	97,05051	5,88396
25/12/2022	22:28:05	3,73119	97,7004	5,82137
17/12/2022	07:56:14	3,6953	96,941	5,1400
13/12/2022	00:30:08	2,57294	97,68634	5,0085
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
01/01/2019	23:38:03	3,51298	96,1897	5,89892

Sumber: Data diolah 2024

Pemilihan distribusi probabillitas yang sesuai dengan persebaran data. Hal ini sanngat penting karena pemilihan distribusi akan mempengaruhi hasil analisis. Sehingga akan dilakukan uji normallitas dari data terlebih dahulu untuk memastikan apakah data terdistribusi normal atau tidak. Berikut merupakan hasil analisis deskriptif yang bertujuan untuk mendeskripsikan data waktu antar kedatangan peristiwa di Sumatera Utara pada periode 2019 – 2022.

Tabel 2
Statistik Deskriptif Waktu Antar Kedatangan Gempa 2019-2022.

	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
Waktu Antar Kedatangan	133,05	260,063	157,8981	33,8751

Sumber: Data diolah 2024

Penduga parameter distribusi gamma, maka parameter tersebut akan diduga dengan menggunakan metode *maksimum likelihood* adalah:

Langkah I: Menentukan fungsi padat peluang distribusi gamma

Fungsi distribusi gamma adalah:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{\frac{-x}{\beta}} & \text{, untuk } x > 0 \\ 0 & \end{cases}$$

Dengan $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$. Fungsi distribusi gamma tersebut digunakan untuk mencari fungsi padat peluang peubah acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$, yaitu:

$$f(x_1) = f(\{x_1, x_2, \ldots, x_n\})$$

$$= \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{\frac{-x_i}{\beta}}$$

$$= \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} e^{\frac{-x_1}{\beta}} (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1} \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} e^{\frac{-x_2}{\beta}} (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}$$

$$\ldots \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} e^{\frac{-x_n}{\beta}} (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta}} (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}$$

Langkah II : Membentuk fungsi padat peluang kedalam model $L(x\,|\,a, \beta)$

$$L(x_i \mid a, \beta) = L(f(x_i \mid a, \beta))$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta}} (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}$$

$$= \left(\frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)}\right) \left(e^{\frac{-x_n}{\beta} + \frac{-x_n}{\beta} + \ldots + \frac{-x_n}{\beta}}\right) \left((x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}\right)^n$$

Langkah III: Membentuk fungsi likelihood kedalam model Ln $L(x\,|\,a, \beta)$ Lalu memaksimumkan fungsi likelihood sehingga dapat diperoleh

$$L(x_i \mid a, \beta) = \ln L(x_i \mid a, \beta)$$

$$= \ln \left[\left(\frac{1}{\beta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)}\right) \left(e^{\frac{-x_n}{\beta} + \frac{-x_n}{\beta} + \ldots + \frac{-x_n}{\beta}}\right) \left((x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\alpha-1}\right)^n \right]$$

$$= -n \ln(\Gamma(a)) - n\alpha \ln(\beta) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta} + (na - n)\sum \ln(x_i)$$

$= -n \ln(\Gamma(\alpha)) - n\alpha \ln(\beta)\ ) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta} + n\alpha \sum \ln(x_i) - n \sum \ln(x_i)$

Langakh IV:Memaksimumkan fungsi likelihood dengan menurunkan fungsi maksimum likelihood terhadap parameter yang mengikutinya yakni a dan β, dan menyamakan dengan 0.

Pada distribusi gamma ini mempunyai dua parameter yang tidak diketahui yakni a dan β, Sehingga untuk nilai a dan β, dapat dicari dengan mendiferensialkan persamaan terhadap parameter yang mengikuti yakni:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha} \ln L(x_i \mid a, \beta) = 0, \text{ dan } \frac{\partial}{\partial\beta} \ln \mathrm{L}\ (x_i \mid a, \beta) = 0$$

1. Diturunkan terhadap a.

$$\frac{\partial}{\partial\alpha} \ln L(x_i \mid a, \beta) = 0$$

$$\frac{\partial\left(-n \ln(\Gamma(\alpha)) - n\alpha \ln(\beta)\right) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta} + (n\alpha - n) \sum \ln(x_i))}{\partial\alpha}$$

$$\frac{\partial\left(-n \ln(\Gamma(\alpha)) - n\alpha \ln(\beta)\right) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta} + n\alpha \sum \ln(x_i) - n \sum \ln(x_i))}{\partial\alpha}$$

$$- n \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha})} \Gamma(\hat{\alpha}) - n \ln(\hat{\beta}) - 0 + n\alpha \sum \ln(x_i) - 0 = 0$$

2. Diturunkan terhadap β.

$$\frac{\partial}{\partial\beta} \ln L\ (x_i \mid a, \beta) = 0$$

$$\frac{\partial(-n \ln(\Gamma(\alpha)) - n\alpha \ln(\beta) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\beta} + n\alpha \sum \ln(x_i)) - n \sum \ln(x_i))}{\partial\beta} = 0$$

$$0 - n\hat{\alpha} \frac{1}{\hat{\beta}} - (-\sum_{i=1}^{n} x_i)\hat{\beta}^{-2}) + 0 - 0 = 0$$

$$- n\hat{\alpha} \frac{1}{\hat{\beta}} + (\sum_{i=1}^{n} x_i) \frac{1}{\hat{\beta}^2} = 0$$

Langkah V: Menentukan penduga $\hat{\alpha}\hat{\beta}$ dari $a\beta$ pada fungsi padat peluang distribusi

gamma.

Dari persamaan dapat diperoleh suatu Penduga $a\beta$,

$$- n\hat{\alpha} \frac{1}{\hat{\beta}} \ \frac{1}{\hat{\beta}^2} = 0$$

$$- n\hat{\alpha} \frac{1}{\hat{\beta}} (\hat{\beta}^2) + (\sum_{i=1}^{n} x_i) \frac{1}{\hat{\beta}^2} (\hat{\beta}^2) = 0\ (\hat{\beta}^2)$$

$$- n\hat{\alpha}\hat{\beta} + (\sum_{i=1}^{n} x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = n\hat{\alpha}\hat{\beta}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \hat{\alpha}\hat{\beta}$$

Karena $\mu = E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

maka, $E(X) = \hat{\alpha}\hat{\beta}$

Sehingga penduga dari $\alpha\beta$ dengan menggunakan metode *maksimum likelihood* adalah: $\hat{\alpha}\hat{\beta}$

Untuk nilai $\hat{\beta}$ adalah:

$$E(X) = \hat{\alpha}\hat{\beta}$$

$$\hat{\beta} = \frac{E(X)}{\hat{\alpha}}$$

Penduga parameter distribusi eksponensial dengan metode *maksimum likelihood*, maka distribusi eksponensial akan diaplikasikan pada antar kedatangan peristiwa gempa bumi di Sumatera Utara pada periode 1 Januari 2019 – 31 Desember 2022. Adapun langkah-langkah penduga dengan metode Maksimum Likelihood adalah:

Langkah I: Menentukan fungsi padat peluang distribusi eksponensial

Fungsi distribusi eksponensial adalah:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} \quad , \quad x > 0$$

Fungsi distribusi eksponensial tersebut digunakan untuk mencari fungsi padat peluang peubah acak X_1, X_2 ,X_3 , …., X_4 yaitu fungsi likelihood dari X_1, X_2 ,X_3 , …., X_4 adalah:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f\ (x_i)$$

$$= f(x_1)\ .\ f(x_2)\ \ldots\ f(x_n)$$

$$= \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x_1}{\theta}} \cdot \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x_2}{\theta}} \ldots \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x_n}{\theta}}$$

$$= \frac{1}{\theta^n} e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta}}$$

Langkah II: Membentuk fungsi padat peluang kedalam model $L(x\,|\,\theta)$

$$L(\theta) = \frac{1}{\theta^n} e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta}}$$

Langkah III: Membentuk fungsi likelihood kedalam model Ln L(x|θ), Lalu memaksimumkan fungsi likelihood sehingga dapat diperoleh:

$$\ln L(\theta) = \ln \left(\frac{1}{\theta}\right)^n + \ln e^{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta}}$$

$$= n\ ln\,(\frac{1}{\theta}) + (-\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\theta})$$

$$= -\ n\ ln\ \theta - \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\theta}$$

Langkah IV: Memaksimumkan fungsi likelihood $L(\theta)$ *likelihood* . Pada distribusi eksponensial ini mempunyai satu parameter yang tidak diketahui yakni θ. Sehingga untuk nilai θ dapat dicari dengan mendiferensialkan persamaan yaitu:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}[\ln L(\theta)] = 0$$

$$-\ n\,(\frac{1}{\theta}) - (-\frac{1}{\theta^2}) \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

$$-\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

$$-n\ \theta + \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

Langkah V: Menentukan penduga maka ln L(θ) diturunkan terhadap θ, sehingga:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}[\ln L(\theta)] = -\frac{n}{\theta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta^2}$$

Kemudian untuk syarat kedua $\frac{\partial}{\partial\theta}$ [ln $L(\theta)$] diturunkan menjadi:

$$\frac{\partial^2}{\partial^2\,\theta}[\ln L(\theta)] = 0$$

$$-\frac{n}{\theta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta^2} = 0$$

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

maka $\hat{\theta}$ yang diperoleh akan memaksimalkan fungsi maksimum *likelihood*. Jadi, estimator untuk $\hat{\theta}$ adalah:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{X}$$

Maka nilai rata-rata suatu data waktu antar kedatangan gempa bumi pada periode 2019 – 2022 adalah:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{6.000,13}{39} = 157,8274$$

Untuk mengetahui nilai parameternya, maka harus dicari terlebih dahulu masing-masing dari nilai a dan β dengan menggunakan ekspektasi $E(X) = a\beta$ dan ekspektasi $E(X^2) = \beta^2\ a^2 + a\beta^{\ 2}$ yang telah dicantumkan pada persamaan (2.1), maka a dan β adalah:

$$a = \frac{\bar{x}}{\beta} \quad \text{dan}\ \beta = \frac{\frac{1}{n}\ x_i\ \ \sum(x_i - \bar{x}\ )^2}{\bar{x}}$$

sehingga nilai β adalah:

$$\beta = \frac{\frac{1}{n}\ \sum(x_i - \bar{x}\ )^2}{\bar{x}}$$
$$= \frac{\frac{1}{39}\ (x_i - \bar{x}\ )^2 + (x_i - \bar{x}\ )^2 + \cdots + (x_i - \bar{x}\ )^2}{157{,}898}$$
$$= \frac{\frac{1}{38}\ (1.705{,}02)}{157{,}8274}$$
$$= 0{,}3599$$

Jadi nilai β = 0,3599

Sedangkan nilai α adalah:

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{\beta} = \frac{157{,}898}{0{,}3599} = 438{,}7274.$$

Lalu nilai Ekspektasinya adalah:

$$E(X) = \alpha\beta\ = 438{,}7274 \times 0{,}3599 = 157{,}8274$$

Maka nilai variansi dari data waktu antar kedatangan gempa bumi di Sumatera Utara di atas adalah:

$$Var\ (X) = \alpha\beta^2 = 438{,}7274 \times (0{,}3599)^2$$
$$= 438{,}7274 \quad \times 0{,}1295$$
$$= 56{,}8274$$

Lalu pada distribusi eksponensial maka:

Karena $\hat{\theta}\ = \mu$, dimana μ yang secara statistik diduga dengan $\bar{x}$ maka:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{X}$$
$$= \frac{6000{,}13}{39} = 157{,}8274.$$

Hasil Perhitungan nilai parameter AIC dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3
Parameter AIC

Parameter	α	β	θ	k	Log Likelihood
Gamma	438,7274	0,3599		2	23,654
Eksponensial			157,8274	1	21,8970

Sumber: Data diolah 2024

Lalu hasil perhitungan nilai AIC dapat dilihat pada tabel berikut:

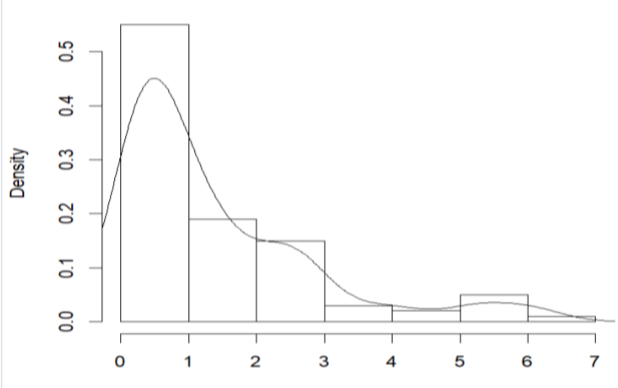
Tabel 4
Nilai Parameter AIC

Distribusi	AIC
Gamma	0,83
Eksponensial	0,79

Sumber: Data diolah 2024

Dari hasil perhitungan nilai AIC pada tabel 4.6 menunjukkan bahwa jenis distribusi yang dipilih masuk persyaratan dengan nilai AIC terkecil adalah distribusi eksponensial dengan nilai 0,79.

Gambar 1
Histogram Taksiran Parameter



Sumber: Data diolah, 2024

Dari gambar 1 diatas dari plot histogram terhadap taksiran parameter pada distribusi eksponensial menunjukan bahwa estimasi terjadinya gempa bumi dengan rata-rata kejadian gempa yaitu 157,8274 jam.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian dan hasil analisis data yang sudah dipaparkan, maka pada penelitian ini pada estimasi parameter pada waktu antar kedatangan waktu peristiwa gempa menggunakan metode *maksimum likelihood*, pada estimasi parameter distribusi gamma tersebut yakni a dan β tidak diketahui, sehingga parameter tersebut di estimasi dengan menggunkan metode *maksimum likelihood* yang mempunyai beberapa langkah-langkah estimasi, yakni menentukan fungsi padat peluang, membentuk fungsi padat peluang tersebut kedalam bentuk fungsi *likelihood*, membentuk fungsi padat peluang tersebut kedalam bentuk log *likelihood*, menurunkan fungsi log likelihood terhadap parameter yang mengikutinya yaitu α dan β dan menentukan estimasi dari parameter α dan β. Sehingga didapatkan E(X) dari gamma adalah αβ dan var(X) dari distribusi gamma $\alpha\beta^2$. Berdasarkan analisis dan pembahasan pada waktu antar kedatangan peristiwa gempa diperoleh $\hat{\alpha}$ = 438,7274 dan $\hat{\beta}$ = 0,3599 dan distribusi eksponensial diperoleh $\hat{\theta}$ = 157,8274 dan berdasarkan metode AIC adalah distribusi yang terpilih merupakan distribusi eksponensial dengan nilai AIC = 0,79, dengan taksiran parameter pada distribusi eksponensial menunjukan bahwa estimasi terjadinya gempa bumi dengan rata-rata kejadian yaitu 157,8274 jam.

DAFTAR PUSTAKA

Aulia, R., Fajriah, N., & Salam, N. (2011). Estimasi Parameter Pada Distribusi Eksponensial. *Jurnal Matematika Murni Dan Terapan*, *5*(2), 40–52.

Jafari, M.A. 2010. *Statistical Prediction of Next Great Earthquake Around.* Tehran:Iran. Journal of Geodynamics. 49(1), 14 – 18.

Muharisa, C., Yanuar, F (2019). Perbandingan Metode Maksimum Likelihood dan Metode Bayes Dalam mengestimasi Parameter Model RegresiLinier Berganda Untuk Data Berdistribusi Normal. Jurnal Matematika UNAND.

Radiusman, A.Fauzi, A.Widodo. 2020. *Model dan Simulasi Jalur Evakuasi Korban Bencana Gempa Bumi di Bangunan Bertingkat.* Jurnal Pendidikan, Matematika dan Sains Juli 2020.

Reza Anjab Ramadhan, Widyanti Rahayu, & Ibnu Hadi. (2022). Metode Bayesian untuk Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial pada Data Tersensor. *JMT : Jurnal Matematika Dan Terapan*, *4*(2), 20–26. https://doi.org/10.21009/jmt.4.2.3.

Renny Aulia, Hj.Noor Fajriah, Nur Salam. 2011. *Estimasi Parameter Pada Distribusi Eksponensial.* Volume 05 Nomor 2. Jurnal Matematika dan Terapan.

Retno Agung Prasetyo, Amir Hamzah, Said Muzambiq. 2019. *Analisa Data Seismisitas Menggunakan Metode Maksimum Likelihood untuk Mitigasi Gempa Bumi Kota Sibolga.* Volume 04 nomor 1. Jurnal Teknik Informatika. eISSN: 2657-1501.

Spanos, A. 1999. *Probability Theory and Statistical Inference*. UK:Cambrige University Press.

Zhongliang Wu. 2022. *Evaluation of Numerical earthquake forecasting models.* Chinese Roots Global Impact Earthquake Science Journal 293 – 296, doi:10.1016/j.eqs.2022.08.006.